

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»
(ФИЦ КНЦ РАН)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

По дисциплине Б1.В.ДВ.02.01 Матероновская геостатистика
указывается цикл (раздел) ОП, к которому относится дисциплина, название дисциплины

Для направления подготовки (специальности) 05.04.01 Геология
код и наименование направления подготовки (специальности)

Направленность программы (профиль) Прикладная геохимия, минералогия и петрология
наименование профиля /специализаций/образовательной программы

Квалификация выпускника, уровень подготовки магистр
(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ФГОС ВО)

Апатиты

2020

Лист согласования

1 Разработчик:

профессор
должность

УАиМ




подпись

Ю.Л. Войтеховский
И.О. Фамилия

2. Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании учебно-методической комиссии управления аспирантуры и магистратуры 29 июня 2020 года, протокол № 02.

Председатель УМК УАиМ

29.06.2020
дата



подпись

Л.Д. Кириллова
И.О.Фамилия

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания к самостоятельной работе обучающихся составлены в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта по образовательной программе высшего образования – программе магистратуры по направлению подготовки 05.04.01 Геология, утвержденного приказом Минобрнауки России от 28.08.2015 г. № 912.

Цель дисциплины: обучение студентов методам вариограммного анализа и теории кригинга в его разновидностях (обычного и простого кригинга) и их подготовка к прикладным исследованиям в геологии.

Задачи дисциплины:

- обучение вариограммному анализу объектов различной размерности в условиях регулярной и нерегулярной сетей опробования;
- обучение выбору адекватной статистической модели природного объекта;
- обучение применению процедур обычного и простого кригинга для эффективного прогнозирования случайной величины в заданной точке;
- привить математическую культуру, необходимую для самостоятельного изучения более сложных методов геостатистики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- пространственно распределенные случайные величины и их оценивание методами обычного (ordinary) и простого (simple) кригинга;

Уметь:

- уметь использовать названные методы в стандартных ситуациях;

Владеть:

- методами геостатистики для анализа данных в геологии.

Планируемые результаты обучения в рамках данной дисциплины

Процесс изучения дисциплины (модуля) «Матероновская геостатистика» направлен на формирование элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО 05.04.01 Геология (уровень магистратуры). Результаты формирования компетенций и обучения представлены в таблице.

Таблица 1 – Результаты обучения

№ п/п	Код компетенции	Компоненты компетенции, степень их реализации	Результаты обучения
1.	ОК – 3. Готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала.	Компоненты компетенции соотносятся с содержанием дисциплины, и компетенция реализуется полностью	Знать: - основные понятия, цели, задачи геостатистики. Уметь: - формулировать цели и определять пути их достижения; - находить информацию в различных источниках. Владеть: - методами сбора информации, ее обработки и анализа.

2.	ОПК – 1. Способность самостоятельно приобретать, осмысливать, структурировать и использовать в профессиональной деятельности новые знания и умения, развивать свои инновационные способности.	Компоненты компетенции соотносятся с содержанием дисциплины, и компетенция реализуется полностью	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные проблемы и задачи геостатистики <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельно анализировать и систематизировать новые знания; - структурировать и использовать новые знания; - развивать инновационные способности. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами адаптации новых знаний в профессиональной деятельности.
3.	ПК – 1. Способность формировать диагностические решения профессиональных задач путем интеграции фундаментальных разделов геологических наук и специализированных знаний, полученных при освоении программы магистратуры.	Компоненты компетенции соотносятся с содержанием дисциплины, и компетенция реализуется полностью	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - базовые понятия фундаментальных разделов геологических наук и геостатистики. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формировать диагностические решения профессиональных задач путем интеграции фундаментальных разделов геологических наук и геостатистики. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами интеграции фундаментальных разделов геологических наук и геостатистики.

Перечень дисциплин и их разделов, усвоение которых необходимо студентам для изучения данной дисциплины.

1. Математический анализ – дифференцирование и интегрирование алгебраических и тригонометрических функций.
2. Теория вероятностей и математическая статистика – оперирование с каноническими распределениями (пуассоновым, гауссовым).

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. **Кутузов, А.С.** Метрические пространства / А.С. Кутузов ; ФГБОУ ВПО Челябинский государственный университет, Троицкий филиал. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2014. – 106 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256723> (дата обращения: 09.11.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-2322-0. – DOI 10.23681/256723. – Текст : электронный.
2. **Мартынов Е.В.** Математические методы моделирования параметров геологических процессов и явлений. Учебное пособие, Мурманск, изд. МГТУ, 2010, 136 с.
3. **Михальчук, А.А.** Многомерный статистический анализ эколого-геохимических измерений : учебное пособие / А.А. Михальчук, Е.Г. Язиков ; Министерство образования Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет». - Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2014. - Ч. I. Математические основы. - 102 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442767>
4. **Горяинова, Е.Р.** Прикладные методы анализа статистических данных : учебное пособие / Е.Р. Горяинова, А.Р. Панков, Е.Н. Платонов. - Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2012. - 312 с. - ISBN 978-5-7598-0866-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227280> (03.09.2019).

Дополнительная:

5. **Асташова, И.В.** Геометрия и топология / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 258 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90953> (дата обращения: 09.11.2019). – ISBN 978-5-374-00489-2. – Текст : электронный.
6. **Агалаков, С.А.** Статистические методы анализа данных : [16+] / С.А. Агалаков ; Министерство образования и науки РФ, Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск : ОмГУ им. Ф.М. Достоевского, 2017. – 92 с. : табл., граф., схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=562918> (дата обращения: 09.11.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7779-2187-1. – Текст : электронный.
7. Петрографический кодекс России. Магматические, метаморфические, метасоматические, импактные образования. Изд. 3-е, испр. и доп. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2009. 200с.
8. **Орлов А.И.** Прикладная статистика. (Электронный ресурс)/ Орлов А.И. - М.: Изд-во «Экзамен», 2004. Режим доступа <http://www.aup.ru/books/ml63/>
9. **Цеховая Т.** Статистические свойства оценок вариограммы. Анализ случайных процессов/ Цеховая Т. - Издательский дом LAP LAMBERT. Academic Publishing, 2011. 116с. <http://www.lap-publishing.com/>

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Элементы математической статистики.

Случайная величина. Её математическое ожидание, дисперсия и их свойства. Ковариационная функция и её свойства. Связь ковариационной функции и дисперсии. Линейная комбинация произвольного числа случайных величин. Дисперсия линейной комбинации случайных величин и её различные представления. Пространственно-распределенная случайная функция. Гипотеза стационарности и её физическое обоснование.

Вопросы для самоконтроля:

- Основные понятия геостатистики.
- Понятие случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Их свойства.
- Ковариация двух случайных величин. Связь с дисперсией.
- Линейная комбинация произвольного числа случайных величин. Её математическое ожидание и дисперсия. Различные формы представления дисперсии.
- Различные формы представления дисперсии.
- Пространственно распределенная случайная функция. Гипотеза стационарности и её физическое обоснование.
- Вариограммы (ковариограмма и полувариограмма), их связь и свойства.
- Неориентированная и ориентированная вариограммы. Их расчет в случаях регулярной произвольной сетей опробования.

Рекомендуемая литература: [2], [3], [4], [6], [8], [9].

2. Основные геостатистические модели, их свойства и границы применимости.

Основные геостатистические модели. Пуассонова случайная величина: математическое ожидание, дисперсия и смысл параметра распределения. Эллипсоидальная и эллиптическая модели как анизотропные расширения сферической и круговой. Сравнительный анализ моделей. Непротиворечивость геостатистической модели в пространстве данного числа измерений. Противоречивость линейной модели в 2D. Правила комплексования моделей. Процедура перекрестной проверки моделей.

Вопросы для самоконтроля.

- Основные модельные вариограммы: эффект самородков, сферическая, квадратичная, экспоненциальная, гауссова, линейная.
- Сравнительный анализ модельных вариограмм: поведение вблизи нуля, скорость роста, достижение уровня дисперсии.
- Пуассоново распределение точек в пространстве: математическое ожидание, дисперсия, физический смысл параметра распределения.
- Природа сферической вариограммы.
- Природа квадратичной вариограммы.
- Природа линейной вариограммы.
- Применение вариограмм в пространствах различной размерности.
- Противоречивость линейной вариограммы в 2D и 3D
- Правила комплексования модельных вариограмм.
- Круговая вариограмма как 2D-аналог сферической.
- Анизотропия взаимного влияния случайных величин. Эллиптический, зональный (геометрический) и смешанный типы анизотропии.
- Эллиптическая вариограмма как анизотропное обобщение круговой.
- Эллипсоидальная вариограмма как анизотропное обобщение сферической.
- Процедура перекрестной проверки (cross-validation).

Рекомендуемая литература: [2], [3], [4], [6], [8], [9].

3. Обычный и простой кригинг, их особенности и границы применимости.

Обычный кригинг. Вывод основных уравнений. Свойства процедуры обычного кригинга. Простой кригинг. Вывод основных уравнений. Свойства процедуры простого кригинга.

Вопросы для самоконтроля:

- Обычный кригинг (ОК). Вид оценивающей функции. Условие стационарности. Несмещенность оценки.
 - Минимум дисперсии оценки и вывод основного уравнения ОК.
 - Вывод уравнения для дисперсии оценки и относительность её минимума в ОК.
 - Две формы основного уравнения ОК.
 - ОК в случае чистого эффекта самородков.
 - ОК как точный интерполятор.
 - Эффект перпендикулярного экрана для гауссовой вариограммы в ОК.
- Простой кригинг (СК). Вид оценивающей функции. Условие стационарности. Несмещенность оценки.
 - Минимум дисперсии оценки и вывод основного уравнения СК.
 - Единственность формы основного уравнения СК.
 - Вывод уравнения для дисперсии оценки и её абсолютный характер в СК.
 - СК как точный интерполятор.
 - Эффект перпендикулярного экрана для гауссовой вариограммы в СК для двух и трех точек оценивания.
 - Соотношение между дисперсиями оценок в ОК и СК. Геометрическая интерпретация для двух точек оценивания.
 - Два подхода к решению основных уравнений ОК и СК в случае анизотропии: деформация поля наблюдений и применение эллиптических обобщений сферической вариограммы.
 - Связь весовых коэффициентов с симметрией поля наблюдений.

Рекомендуемая литература: [2], [3], [4], [6], [8], [9].

4. Классические и неклассические задачи геостатистического оценивания.

Вопросы для самоконтроля:

- Применение методов геостатистики к оцениванию упорядоченности магматических и метаморфических горных пород.
- Применение методов геостатистики к анализу временных рядов.
- Методы нестационарной геостатистики (обзор).

Рекомендуемая литература: [2], [3], [9].

5. Особенности геостатистического моделирования различных типов месторождений полезных ископаемых.

Вопросы для самоконтроля:

- Особенности применения геостатистических методов на осадочных месторождениях.
- Особенности применения геостатистических методов на магматических месторождениях.
 - Применение методов геостатистики для оценивания геоморфологии нефтегазоносных резервуаров.

Рекомендуемая литература: [2], [3], [9].

II семестр

6. Кристаллическая горная порода как топологическое пространство.

Анализ наиболее общих представлений о кристаллической горной породе. Идея акад. В.И. Вернадского о горной породе как «специфическом пространстве земной реальности». Горная порода как пространство с примитивной и дискретной топологиями. Поиск промежуточных топологий.

Вопросы для самоконтроля:

- Анализ наиболее общих представлений о кристаллической горной породе.
- Идея акад. В.И. Вернадского о горной породе как «специфическом пространстве земной реальности».
- Идея акад. Ю.А. Косыгина о геологических системах как алгебрах.
- Горная порода как пространство с примитивной и дискретной топологиями. Поиск промежуточных топологий.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [3], [5].

7. Кристаллическая горная порода как пространство толерантности.

Виды отношений между элементами множества. Классификации и пространства толерантности по Ю.А. Шрейдеру. Горная порода как множество элементов – возможность различных представлений. Горная порода как пространство толерантности на уровне межзерновых и межагрегатных отношений.

Вопросы для самоконтроля:

- Виды отношений между элементами множества.
- Классификации и пространства толерантности по Ю.А. Шрейдеру.
- Горная порода как множество элементов – возможность различных представлений.
- Горная порода как пространство толерантности на уровне межзерновых и межагрегатных отношений.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [5], [7], [8].

8. Кристаллическая горная порода как измеримое пространство.

Мера как вещественная, неотрицательная, монотонная и аддитивная функция множества. Меры минеральных агрегатов. Кристаллическая горная порода как измеримое пространство с различными мерами. Физические интерпретации представлений.

Вопросы для самоконтроля:

- Мера как вещественная, неотрицательная, монотонная и аддитивная функция множества.
- Меры минеральных агрегатов.
- Кристаллическая горная порода как измеримое пространство с различными мерами.
- Физические интерпретации представлений.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [5], [7], [8].

9. Кристаллическая горная порода как метрическое пространство.

Метрика (расстояние) как вещественная, неотрицательная, удовлетворяющая трём аксиомам функция, заданная на парах объектов. Метрика Евклида. Метрика Ф. Хаусдорфа. Метрики, заданные через меры.

Вопросы для самоконтроля:

- Метрика (расстояние) как вещественная, неотрицательная, удовлетворяющая трём аксиомам функция, заданная на парах объектов.

- Метрика Евклида.
- Метрика Ф. Хаусдорфа.
- Метрики, заданные через меры.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [5], [7], [8].

10. Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.

Элементы индикаторного кригинга по Ж. Матерону. Построение индикаторных вариограмм. Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.

Вопросы для самоконтроля:

- Индикаторный кригинг по Ж. Матерону.
- Построение индикаторных вариограмм.
- Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [5], [7], [8], [9].

11. Определение и классификация петрографических структур.

Определение петрографической структуры в терминах алгебраических квадратичных форм. Классификация петрографических структур. Обобщение на формы 3-го и 4-го порядков.

Вопросы для самоконтроля:

- Определение петрографической структуры в терминах алгебраических квадратичных форм.
- Классификация петрографических структур.
- Обобщение на формы 3-го и 4-го порядков.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [5], [7], [8], [9].

12. Описание перестроек петрографических структур.

Описание структурных (качественных) и организационных (количественных) перестроек горных пород в терминах алгебраических квадратичных форм.

Вопросы для самоконтроля:

- Элементы теории групп.
- Описание структурных (качественных) и организационных (количественных) перестроек горных пород в терминах алгебраических квадратичных форм.

Рекомендуемая литература: [1], [2], [3], [5], [7], [8], [9].

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Тестирование является формой текущего контроля.

Тестирование проводится в форме численного решения несложных задач по пройденным темам. Примерные вопросы тестовых заданий

- написать формулы для заданных геостатистических моделей (сферической, гауссовой, экспоненциальной и т.д.);
- перейти от заданной ковариограммы к соответствующей полувариограмме на основании связывающего их фундаментального соотношения;
- для заданных композиций геостатистических моделей указать размерности пространства, в которых они непротиворечивы;
- рассчитать дисперсию линейной комбинации заданных попарно независимых случайных величин;
- записать основное уравнение обычного или простого кригинга для заданных схемы опробования и геостатистической модели;
- предсказать значение случайной величины в заданной точке методом обычного или простого кригинга при условии, что геостатистическая модель – чистый эффект самородков.

Программой дисциплины предусмотрено выполнение трех расчетно-графических заданий.

Целью расчетно-графических заданий является прочное усвоение материала и приобретение навыков применения математической статистики в практике геологоразведочных работ на примере предсказания феномена (например, содержания некоторого компонента) в заданной точке по информации о ситуации в соседних точках пространства.

Расчетно-графическое задание № 1 «Расчёт стандартных ковариограмм и исследование поведения вблизи нуля».

Студенты должны для указанных геостатистических моделей построить графики $\gamma(h)$, предварительно изучив их поведение в окрестности нуля и точки выхода на уровень дисперсии σ^2 . Модели, не являющиеся полиномиальными, разложить в ряд Маклорена. Для экспоненциальной и гауссовой моделей рассчитать «practical range».

Расчетно-графическое задание № 2 «Оценка случайной величины в точке методами ОК и SK».

Студенты должны по значениям случайной величины ξ в вершинах заданной фигуры, математическому ожиданию, геостатистической модели (сферической, квадратичной, гауссовой, экспоненциальной, круговой) с заданными параметрами σ^2 и a оценить значение величины ξ_A и найти соответствующие дисперсии оценок методами обычного и простого кригинга.

Студенты, не выполнившие РГЗ, к зачету не допускаются.

II семестр

Расчетно-графическое задание № 1 «Определение петрографических структур».

Студенты должны по изображению сечения кристаллической горной породы, полученному под микроскопом (шлиф, аншлиф), рассчитать матрицу вероятностей различных межзерновых контактов, привести её невырожденным преобразованием подобия к каноническому диагональному виду и определить тип структуры.

КОНТРОЛЬ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточной формой контроля знаний студентов, приобретенных при изучении дисциплины «Матероновская геостатистика», является зачет (1 семестр) и экзамен (2 семестр).

Зачет выставляется по результатам работы студента в семестре. Если обучающийся набрал зачетное количество баллов согласно установленному диапазону по дисциплине с зачетом (от 60 до 100 баллов), то он считается аттестованным. Если обучающийся не набрал минимальное зачетное количество баллов (60 баллов), ему предоставляется возможность повысить рейтинг до минимального зачетного путем ликвидации задолженностей по отдельным точкам текущего контроля.

При сдаче зачёта проводится собеседование по двум расчетно-графическим заданиям, тестовым и практическим заданиям, если обучающийся не набрал минимальное количество баллов, необходимых для получения зачета.

На экзамен выносятся избранные вопросы из I семестра курса и все вопросы II семестра, приведенные ниже.

1. Случайная величина. Ее математическое ожидание и дисперсия. Их свойства.
2. Ковариация двух случайных величин. Связь с дисперсией.
3. Линейная комбинация произвольного числа случайных величин. Ее математическое ожидание и дисперсия.
4. Различные формы представления дисперсии.
5. Пространственно распределенная случайная функция. Гипотеза стационарности и ее физическое обоснование.
6. Вариограммы (ковариограмма и полувариограмма), их связь и свойства.
7. Неориентированная и ориентированная вариограммы. Их расчет в случаях регулярной сетей опробования.
8. Основные модельные вариограммы: эффект самородков, сферическая, квадратичная, экспоненциальная, гауссова, линейная.
9. Сравнительный анализ модельных вариограмм: поведение вблизи нуля, скорость роста, достижение уровня дисперсии.
10. Пуассоновое распределение точек в пространстве: математическое ожидание, дисперсия, физический смысл параметра распределения.
11. Природа сферической вариограммы.
12. Природа квадратичной вариограммы.
13. Природа линейной вариограммы.
14. Применение вариограмм в пространстве различной размерности.
15. Противоречивость линейной вариограммы в 2D и 3D.
16. Правила комплексирования модельных вариограмм.
17. Круговая вариограмма как 2D-аналог сферической.
18. Анизотропия взаимного влияния случайных величин. Эллиптический, зональный (геометрический) и смешанный типы анизотропии.
19. Эллиптическая вариограмма как анизотропное обобщение круговой.
20. Эллипсоидальная вариограмма как анизотропное обобщение сферической.
21. Процедура перекрестной проверки (cross-validation).
22. Обычный кригинг (ОК). Вид оценивающей функции. Условие стационарности. Несмещенность оценки.
23. Минимум дисперсии оценки и вывод основного уравнения ОК.
24. Вывод уравнения для дисперсии оценки и относительность ее минимума в ОК.
25. Две формы основного уравнения ОК.
26. ОК в случае чистого эффекта самородков.
27. ОК как точный интерполятор.

28. Эффект перпендикулярного экрана для гауссовой вариограммы в ОК.
29. Простой кригинг (SK). Вид оценивающей функции. Условие стационарности. Несмещенность оценки.
30. Минимум дисперсии оценки и вывод основного уравнения SK.
31. Единственность формы основного уравнения SK.
32. Вывод уравнения для дисперсии оценки и ее абсолютный характер в SK.
33. SK как точный интерполятор.
34. Эффект перпендикулярного экрана для вариограммы в SK для двух и трех точек оценивания.
35. Соотношение между дисперсиями оценок в ОК и SK. Геометрическая интерпретация для двух точек оценивания.
36. Два подхода к решению основных уравнений ОК и SK в случае анизотропии: деформация поля наблюдений и применение эллиптических обобщений сферической вариограммы.
37. Связь весовых коэффициентов с симметрией поля наблюдений.
38. Анализ наиболее общих представлений о кристаллической горной породе.
39. Идея акад. В.И. Вернадского о горной породе как «специфическом пространстве земной реальности».
40. Идея акад. Ю.А. Косыгина о геологических системах как алгебрах.
41. Горная порода как пространство с примитивной и дискретной топологиями. Поиск промежуточных топологий.
42. Виды отношений между элементами множества.
43. Классификации и пространства толерантности по Ю.А. Шрейдеру.
44. Горная порода как множество элементов – различные представления.
45. Горная порода как пространство толерантности на уровне межзерновых и межагрегатных отношений.
46. Мера как вещественная, неотрицательная, монотонная и аддитивная функция множества.
47. Меры минеральных агрегатов.
48. Кристаллическая горная порода как измеримое пространство с различными мерами. Физические интерпретации представлений.
49. Метрика как вещественная, неотрицательная, удовлетворяющая трём аксиомам функция, заданная на парах объектов.
50. Метрика Евклида. Метрика Ф. Хаусдорфа.
51. Метрики, заданные через меры.
52. Индикаторный кригинг по Ж. Матерону.
53. Построение индикаторных вариограмм.
54. Кристаллическая горная порода как коррелированное пространство.
55. Определение петрографической структуры в терминах алгебраических квадратичных форм. Классификация петрографических структур.
56. Обобщение классификации на формы 3-го и 4-го порядков.
57. Элементы теории групп. Описание структурных (качественных) и организационных (количественных) перестроек кристаллических горных пород в терминах алгебраических квадратичных форм.

Рекомендуемая литература: [1-29].